

مبحث: دایره

نام دبیر: مهندس سامان اسپهرم
نام دوره: نوروز
شماره جلسه: جلسه پنجم
نام درس و مقطع و رشته: هندسه ۳ - دوازدهم
ریاضی، فیزیک
تاریخ جلسه: ۱۴۰۲/۰۱/۱۲

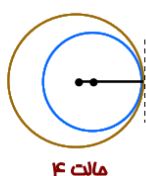
نام کتاب	من در کلاس حل می کنم	خودتان حل کنید (در منزل یا کار در کلاس)
کتاب درسی		
کتاب آبی		
کتاب نوروز		



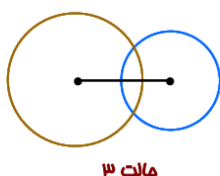
وضع نسبی دو دایره:

فرض کنید دو دایره به مراکز O و O' به ترتیب دارای شعاع‌های r و r' بوده و فاصله‌ی مراکزهای آنها $OO' = d$ باشد. وضعیت این دو دایره یکی از پنج حالت زیر خواهد بود: ($r > r'$)

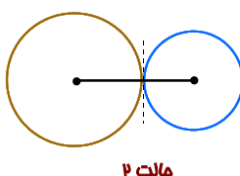
- حالت ۱:** اگر $d > r + r'$ دایره‌ها از هم جدا هستند.
- حالت ۲:** اگر $d = r + r'$ دایره‌ها از بیرون بر هم مماس هستند.
- حالت ۳:** فرض کنید r شعاع دایره‌ی بزرگ‌تر بوده و $r - r' < d < r + r'$ باشد. در این صورت دایره‌ها در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.
- حالت ۴:** اگر $d = r - r'$ باشد، دایره‌ها از درون بر هم مماس هستند.



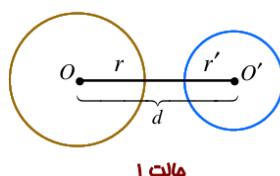
حالت ۱



حالت ۲



حالت ۳

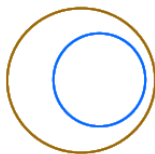


حالت ۴

توجه کنید:

در حالت‌های دوم و چهارم، یک خط بر هر دو دایره در نقطه‌ی مشترکشان مماس است که همواره بر OO' عمود می‌باشد.

- حالت ۵:** اگر $d < r - r'$ دایره‌ی کوچک‌تر داخل دایره‌ی بزرگ‌تر قرار خواهد گرفت:



کوشش:

در حالت خاص $d = 0$ ، دو دایره هم‌مرکز بوده و یکی داخل دیگری است.

به‌ازای کدام مقدار a دو دایره‌ی $x^2 + y^2 + 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 8y + a = 0$ مماس خارج‌اند؟ (کنکور ۹۰)

۸ ④

۷ ③

۶ ②

۵ ①

به‌ازای کدام مقدار a دو دایره به معادلات $2kx^2 + (3+k)y^2 - 4kx - 8ky + 6 = 0$ و $(x+2)^2 + (y+a)^2 = 25$ مماس درون هستند؟

۳ ④

-۳ ③

-۲ ②

۲ ①

خط $y = ax + b$ بر دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 4 = 0$ و $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 4 = 0$ در یک نقطه مماس است. مقدار a کدام است؟

$-\frac{3}{4}$ ④

$-\frac{4}{3}$ ③

$\frac{4}{3}$ ②

$\frac{3}{4}$ ①



بیشترین فاصله‌ی نقاط دایره‌ی $(2a-1)x^2 - 3y^2 + 12y + a - 5 = 0$ از محور طول‌ها کدام است؟

۴ $2 + \sqrt{2}$

۳ $4 - \sqrt{2}$

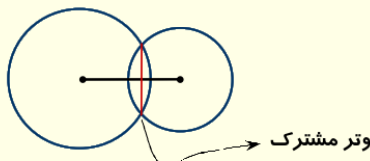
۲ ۴

۱ $2\sqrt{6}$

نکته

وتر مشترک دو دایره:

وقتی بین شعاع‌ها و فاصله‌ی بین مرکزها (d) رابطه‌ی $r - r' < d < r + r'$ برقرار باشد، دایره‌ها در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند:



فقط در چنین حالتی، دو دایره دارای یک «وتر مشترک» هستند که اگر:

معادلات دو دایره را از هم تفریق کرده و برابر صفر قرار دهیم،

معادله‌ی آن به‌دست خواهد آمد.

وتر مشترک دایره‌ی C با دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 - 4x = 6$ منطبق بر نیمساز ناحیه‌ی اول است. اگر دایره‌ی C از نقطه‌ی $(-1, 4)$ بگذرد، معادله‌ی آن کدام است؟ (کنکور ۹۸)

۲ $x^2 + y^2 + 2y - x = 6$

۱ $x^2 + y^2 - y + 3x = 6$

۴ $x^2 + y^2 - 3y - x = 6$

۳ $x^2 + y^2 - 2y + x = 6$

اگر وتر مشترک دو دایره‌ی $C: x^2 + y^2 + mx = 1$ و $C': x^2 + y^2 + y = 2$ خط $y = x + 1$ باشد، شعاع دایره‌ی C کدام است؟

۴ ۱

۳ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

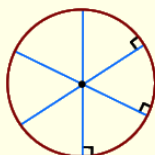
۲ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱ ۲

نکته

خطوط عمود بر دایره:

می‌دانیم قطرهای بزرگ‌ترین وترهای دایره بوده، از مرکز دایره عبور کرده و طول هر کدام دو برابر شعاع، یعنی $2r$ است. خاصیتی مهم از قطر چنین است:



قطرها بر دایره عمود ممسوب می‌شوند.

بعلاوه:

هر قطعی که بر دایره عمود باشد، باید از مرکز دایره عبور کند.

تمام خطوط قائم بر دایره‌ی $ax^2 + 2y^2 + cx + by = -2$ از نقطه‌ی $(-1, 2)$ عبور می‌کنند. حاصل abc کدام است؟

۴ ۶۴

۳ -۶۴

۲ -۳۲

۱ ۳۲



نکته

وترهای گذرنده بر یک نقطه:

نقطه‌ی A را درون یک دایره در نظر بگیرید.

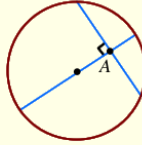
واضح است که بی‌شمار وتر دایره از A عبور می‌کنند.

بویژه:

❖ بدیهی است که: بزرگ‌ترین وتر گذرنده بر A باید قطر باشد، یعنی: از مرکز هم بگذرد.

اما:

❖ کوتاه‌ترین وتر گذرنده بر A ، وتری است که بر قطر گذرا بر A عمود باشد.



کدام یک از عددهای زیر می‌تواند طول وتری از دایره‌ی $x^2 + y^2 - 4x - 10 = 0$ باشد که از نقطه‌ی $M(4, 1)$ عبور کرده است؟

۴ ④

۵ ③

۷ ②

۸ ①